

# Radioaktyviosios medžiagos skilimo modeliavimas

## Uždavinio slyga

Iš rastos antikvinių kaukolės buvo paimtas  $C^{14}$  anglies mėginys. Paimtas mėginys atitiko 1/6 dalies anglies atomų, kiek yra pamus iš šių dienų kaukolės anglies atomų mėginio.  
Koks apytikslis kaukolės amžius?

## Uždavinio sprendimo algoritmas

- Užrašome diferencialinę lygtį.
- Surandame bendrąjį sprendimą.
- Randame atskirą sprendimą.
- Naudojantis pradiniais duomenimis apskaičiuojame skilimo greitį aprašantį konstantą  $\alpha$ .
- Atsakome slygoje pateiktus klausimus.

### Simbolių reikšmės:

$\alpha$  — skilimo greitį aprašanti konstanta

$t$  — laikas (metais)

$N$  — medžiagos kiekis (atomais)

$M$  — pradinis medžiagos kiekis ( $N_0$ )

$T$  — medžiagos skilimo pusperiodis (5730 metų)

Užrašome diferencialinę lygtį:

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{aligned} & \text{> } \frac{dN}{dt} = -\alpha \cdot N \\ & \frac{dN}{dt} = -\alpha N \end{aligned} \right. \quad (1) \\ & \left[ \begin{aligned} & \text{> } E5 := dN / dt = -\alpha * N; \\ & \text{dif\_lygtis} := (E5) * (dt / N); \\ & E5 := \frac{dN}{dt} = -\alpha N \\ & \text{dif\_lygtis} := \frac{dN}{N} = -dt \alpha \end{aligned} \right. \quad (2) \end{aligned}$$

Integruojame:

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{aligned} & \text{> } kairė := \frac{1}{N} \\ & kairė := \frac{1}{N} \end{aligned} \right. \quad (3) \\ & \left[ \begin{aligned} & \text{> } kair := \text{int}((3), N) \\ & kairė := \ln(N) \end{aligned} \right. \quad (4) \\ & \left[ \begin{aligned} & \text{> } dešinė := -\alpha \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{dešinė} := -\alpha \quad (5) \\ & \text{dešinė} := -\alpha t \quad (6) \end{aligned}$$

Bendrasis sprendinys:

$$\begin{aligned} & \text{bendrasis\_spr} := \text{kairė} = \text{dešinė} + c \quad (7) \\ & \text{bendrasis\_spr} := \ln(N) = -\alpha t + c \end{aligned}$$

Tegul:

$$\begin{aligned} & C := \ln(c) \quad (8) \\ & C := \ln(c) \end{aligned}$$

Tuomet:

$$\begin{aligned} & \text{bendrasis\_spr} := \text{kairė} = \text{dešinė} + C \quad (9) \\ & \text{bendrasis\_spr} := \ln(N) = -\alpha t + \ln(c) \\ & E8 := \ln(N) = -\alpha t + \ln(c); \\ & E9 := (\exp)(\text{lhs}(E8)) = (\exp)(\text{rhs}(E8)); \\ & \text{bendrasis\_spr} := \text{lhs}(E9) = (\text{simplify})(\text{rhs}(E9)); \\ & E8 := \ln(N) = -\alpha t + \ln(c) \\ & E9 := N = e^{-\alpha t + \ln(c)} \\ & \text{bendrasis\_spr} := N = e^{-\alpha t} c \quad (10) \end{aligned}$$

Randame konstant c:

Kadangi  $N(0)=N_0$ , tai:

$$\begin{aligned} & \text{simplify}(\text{subs}(\{t=0, N=M\}, \text{bendrasis\_spr})) \quad (11) \\ & M=c \end{aligned}$$

Tuomet atskirasis sprendinys:

$$\begin{aligned} & \text{atskirasis\_spr} := \text{subs}(\{c=M\}, \text{bendrasis\_spr}) \quad (12) \\ & \text{atskirasis\_spr} := N = e^{-\alpha t} M \end{aligned}$$

Randame  $\alpha$ :

Kadangi  $N(T) = \frac{N_0}{2}$ , tai:

$$\begin{aligned} & \text{subs}\left(\left\{t=5730, N=\frac{1}{2}, M=1\right\}, \text{atskirasis\_spr}\right) \quad (13) \\ & \frac{1}{2} = e^{-5730 \alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{solve}((13), \alpha) \quad (14) \\ & \frac{1}{5730} \ln(2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{subs}(\{\alpha = \text{evalf}[3]((14))\}, \text{atskirasis\_spr}) \quad (15) \\ & N = e^{-0.000121 t} M \end{aligned}$$

```
> f:=isolate( (15), t )
```

$$f:=t = -8264.462810 \ln\left(\frac{N}{M}\right)$$

(16)

Iš slygos:

NI, MI — ivedami medžiagos kiekiai.

```
> NI := 1/6
```

$$NI := \frac{1}{6}$$

(17)

```
> MI := 1
```

$$MI := 1$$

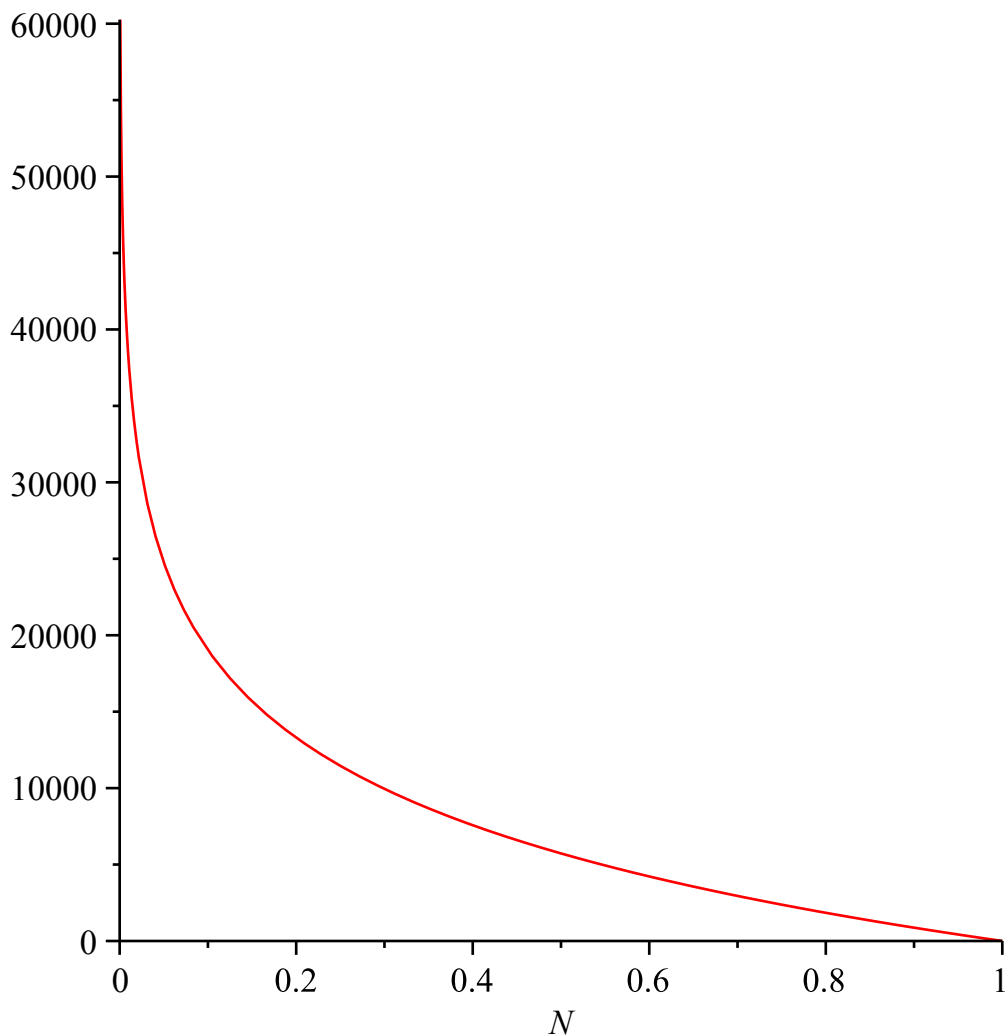
(18)

```
> grafikui := subs(M=MI, f)
```

$$grafikui := t = -8264.462810 \ln(N)$$

(19)

```
> plot(rhs( (19) ), N=0..1)
```



```
> evalf[10](subs( {N=NI, M=MI}, f) )
```

$$t = 14807.92950$$

(20)

$\left[ \begin{array}{l} > \text{isolate}(\textbf{(20)}, t) \end{array} \right.$

$$t = 14807.92950$$

**(21)**

Išvada: relikvijos amžius apie 14807met.