

VLINIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTINIŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATIKOS MODELIAVIMO KATEDRA

Šilumos laidumas sienelėje
Kompleksinis projektas

Autorė:

Vadovas: Prof. Aleksandras Krylovas

Įvertinimas:.....

Vilnius, 2011

Įvadas

Kompleksiniame darbe nagrinejamas šilumos laidumas sienelėje. Darbe pateikiama glausta teorinė medžiaga su pagrindinėmis sąvokomis ir formulėmis. Aprašomas viensluoksnė, dvisluoksnė ir dvisluoksnė su konvekcija sienelių laidumas šilumai ir pateikiami sienelių brėžiniai.

Apibendrinant teorinę dalį, pateikiamas pavyzdys, kuriame analizuojama viensluoksnė betoninė sienelė. Naudojant esančias formules, pateikiama taško T_x temperatūros priklausomybė nuo kintančio sienelės storio δ . Parodomas tiesinis taškų temperatūros kitimas, esant pastoviam storiui δ . Temperatūrų pakeičiai vaizduojami brėžiniuose. Tolesniam teorinių ir praktinių žinių gilinimui pateikiamas darbe naudotos literatūros sąrašas, kuriame galima rasti su nagrinėjama "Šilumos laidumas sienelėje" tema susijusios informacijos.

1. Šilumos laidumas sienelėje

Šilumos pernešimas yra savaiminis šilumos plitimas erdvėje, esant nevienodai temperatūrai įvairiuose jos taškuose. Šilumos sklidimo kryptis visada juda nuo aukštesnės temperatūros link žemesnės. Šilumos laidumas - medžiagos savybė praleisti šilumą, t.y. termoizoliacinė medžiagos savybė. Šiluma gali sklisti trimis būdais: laidumu, konvekcija ir spinduliavimu.

Šiluma sklinda laidumu, kai kūno dalelės liečiasi viena su kita. Karštesnės medžiagos molekulės perduoda dalį savo kinetinės energijos šaltesnėms molekulėms ir šiluma plinta kūne. Todėl laidumu šiluma plinta kietuosiuose kūnuose.

Konvekcijos būdu šiluma sklinda skysčiuose ir dujose jiems maišantis. Šiluma sklinda oro molekulėmis joms judant ir maišantis.

Spinduliavimu šiluma sklinda tarp dviejų kūnų elektromagnetinėmis bangomis. Kūno vidinė energija virsta elektromagnetinėmis bangomis, praeina pro skaidrią aplinką ir, pasiekusi kitą kūną, vėl paverčiama kūno vidine energija. Vien spinduliavimu šiluma gali sklisti tik vakuume.

Atskirai vienas šilumos sklidimo būdas būna retai. Dažniausiai visi būdai vyksta kartu, ir turime sudėtingus šilumos mainus.

Jeigu šilumos mainai vyksta tarp skysčio (dujų) ir kietojo kūno paviršiaus, tokį procesą vadiname šilumos atidavimu. Čia gali pasireikšti visi trys šilumos sklidimo būdai, tačiau vyrauja konvekcija. Jei šilumos mainai vyksta tarp skysčio ar dujų per juos skiriančią sienelę, toks procesas vadinamas šilumos perdavimu.

Temperatūros gradientas nusako temperatūros kitimą konkrečiuose kūno taškuose. Jis yra vektorius, statmenas izometriniam paviršiui, ir jo reikšmė teigiama temperatūros augimo kryptimi.

$$\text{grad}T = \frac{dT}{dn} = \frac{\partial T}{\partial n} [K/m] \quad (1)$$

Šilumos srautas - šilumos kiekis, praeinantis per laiko vienetą. Šilumos srautas taip pat yra vektorius, bet jo kryptis yra priešinga temperatūrinio gradiento kryptiai. Dažniausiai žymimas raide Q , o matuojamas [$W=J/s$]. Šilumos srautas tenkantis ploto vienetui vadinamas *šilumos srauto tankiu* q .

$$q = \frac{Q}{A} \quad (2)$$

Šilumos laidumo koeficientas k priklauso nuo medžiagos rūšies, struktūros, drėgnumo, tankio ir temperatūros. Geriausi šilumos laidininkai yra metalai (jų šilumos koeficientas mažėja temperatūrai kylant).

2. Plokščiosios sienelės laidumas šilumai

Turime viensluksnę sienelę (1 pav). Šilumos srautas Q perduodamas per laiko vienetą dėl laidumo per viensluksnę sienelę yra proporcingas medžiagos šiluminio laidumo koeficientui k , šilumos perdavimo plotui A ir temperatūros gradientui $gradA$, ir atvirkščiai proporcingas sluoksnio storiui δ . [3]

$$Q = -k \cdot A \cdot gradT = kA \frac{T_1 - T_2}{\delta} = kA \frac{T_1 - T_x}{x} \quad (3)$$

$$T_1 > T_2$$

$$T_x = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\delta} x \quad (4)$$

Šilumos srauto tankis:

$$q = \frac{Q}{A} = k \frac{T_1 - T_2}{\delta} \quad (5)$$

arba

$$q = \frac{Q}{A} = k \frac{T_1 - T_2}{\delta} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\delta}{k}} = \frac{T_1 - T_2}{R} \quad (6)$$

kur $R = \delta/k$ - šilumos terminė varža

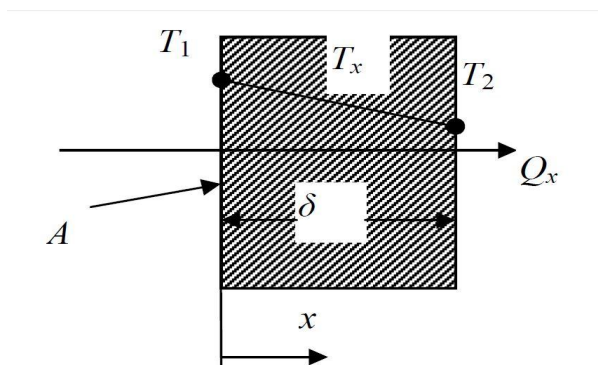
Žinodami šilumos srauto tankį ir vieno paviršiaus temperatūrą, galime apskaičiuoti vidinių sienelės taškų temperatūrą T_x :

$$T_x = T_1 - q \frac{x}{k} \quad (7)$$

arba

$$T_x = T_2 + q \frac{x}{k} \quad (8)$$

Temperatūra sienelės viduje tiesiškai mažėja.



1 pav.: Viensluksnė sienelė [3]

3. Dvisluoksnė sienelė

Turime dvisluoksnę sienelę, kurios sluoksnių laidumo koeficientai yra k_1 ir k_2 (2 pav). Esant stacionariam režimui, per kiekvieną sluoksnį praeis vienodas kiekis šilumos srautas. Tuomet šilumos srauto tankis, dvisluoksnėje sienelėje :

$$q = q_1 = \frac{k_1}{\delta_1}(T_1 - T_2) = q_2 = \frac{k_2}{\delta_2}(T_2 - T_3) \quad (9)$$

Iš (9) išraiškos gauname temperatūrų skirtumus:

$$(T_1 - T_2) = q \frac{\delta_1}{k_1} (T_2 - T_3) = q \frac{\delta_2}{k_2} \quad (10)$$

Sudedame gautas (10) temperatūrų išraiškas ir gauname šilumos srauto tankį:

$$T_1 - T_3 = q \left(\frac{\delta_1}{k_1} + \frac{\delta_2}{k_2} \right) \quad (11)$$

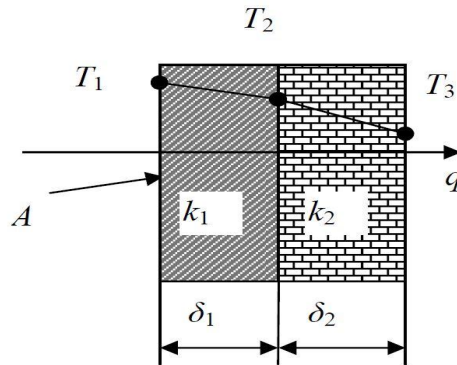
$$q = \frac{T_1 - T_3}{\frac{\delta_1}{k_1} + \frac{\delta_2}{k_2}} \quad (12)$$

Žinodami šilumos srauto tankį ir vieno paviršiaus temperatūrą, galime surasti temperatūrą T_2 , kuri apibūdina temperatūrą esančią tarp dviejų sienelių.

$$T_2 = T_1 - q \frac{\delta_1}{k_1} \quad (13)$$

arba

$$T_2 = T_3 + q \frac{\delta_2}{k_2} \quad (14)$$



2 pav.: Dvisluoksnė sienelė [3]

4. Šilumos perdavimas su konvekcija per plokščią sienelę

Dažniausiai siena iš abiejų pusių būna apsupta skirtingų temperatūrų fluidais. Tuomet sieną galime apibūdinti kaip tarpininką, per kurį vyksta šilumos tekėjimas žemesnės šilumos temperatūros kryptimi.

Tarkime, kad turime plokščią dviejų sluoksnių sienelę (3 pav). Sluoksnių storiai δ_1 ir δ_2 , šilumos laidumo koeficientai k_1 ir k_2 , paviršiaus plotas A . Iš dešinės pusės sienelę supa fluidas T_{f1} ir šilumos konvekcijos koeficientas h_{f1} , o iš kairės - T_{f2} ir h_{f2} .

Tarkime, kad $T_{f1} > T_{f2}$. Temperatūros T_{w1}, T_{w2}, T_{w3} , esančios ant kiekvieno sienelės sluoksnių paviršiaus yra nežinomos. Taip pat žinoma, kad $T_{f1} > T_{w1} > T_{w2} > T_{w3} > T_{f2}$.

Esant pastovioms sąlygoms, per kiekvieną sluoksnį praeina tas pats šilumos srautas, kuris yra lygus vieno fluideo atiduotam ir kito fluideo gaunamam srautui. Tuomet sluoksnių šilumos srauto tankiai yra:

$$q = q_1 = \frac{k_1}{\delta_1}(T_{w1} - T_{w2}) = q_2 = \frac{k_2}{\delta_2}(T_{w2} - T_{w3}) \quad (15)$$

Šilumos srautai fluidui:

$$q = q_{h1} = h_1(T_{f1} - T_{w1}) = q_{h2} = h_2(T_{w3} - T_{f2}) \quad (16)$$

Šilumos srauto tankis q apskaičiuojamas pagal formulę:

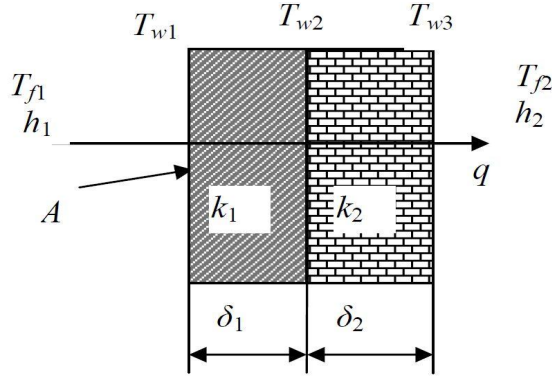
$$q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta_1}{k_1} + \frac{\delta_2}{k_2} + \frac{1}{h_2}} \quad (17)$$

Sienelė sluoksnių temperatūras apskaičiuojame pagal formules:

$$T_{w1} = T_{f1} - q \frac{1}{h_1} \quad (18)$$

$$T_{w2} = T_{f1} - q \left(\frac{1}{h_1} + \frac{\delta_1}{k_1} \right) = T_{w1} - q \frac{\delta_1}{k_1} \quad (19)$$

$$T_{w3} = T_{f1} - q \left(\frac{1}{h_1} + \frac{\delta_1}{k_1} + \frac{\delta_2}{k_2} \right) \quad (20)$$

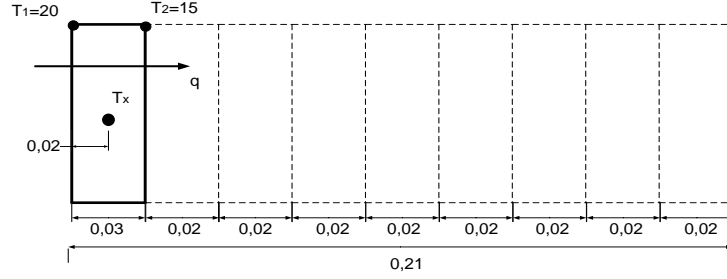


3 pav.: Dvisluoksniė sienelė su konvekcija [3]

5. Pavyzdys

Viensluoksnė betoninė sienelė

Analizuojame teorinėje dalyje aprašytą viensluoksnės sienelės laidumą šilumai. Nagrinėjame, kaip betoninės sienelės taško temperatūra kinta didėjant sienelės storiui δ . Sienelės storis δ kinta nuo 0,03 [m] iki 0,21 [m], taško T_x padėtis, kintant sienelės storiui, lieka tokia pati 0,02 [m]. Statybinės medžiagos - betono šilumos laidumo koeficientas $k = 18 \text{ [W/m}\cdot^\circ\text{C]}$. Sienelė kairiojo krašto temperatūra $T_1 = 20 \text{ [}^\circ\text{C]}$, o dešiniojo krašto temperatūra $T_2 = 15 \text{ [}^\circ\text{C]}$ (4 pav).

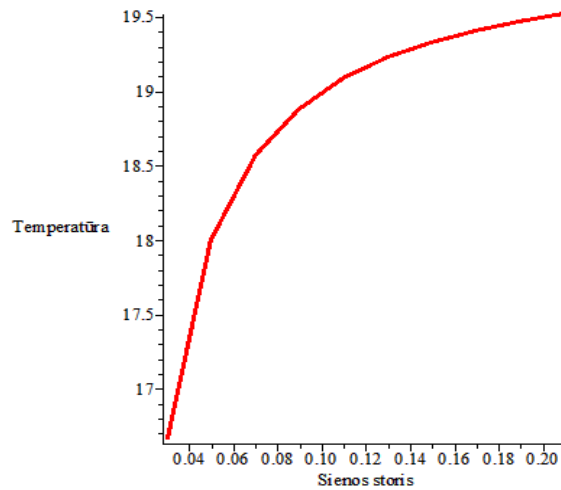


4 pav.: Viensluoksnė betoninė sienelė

Norint nustatyti, kaip kinta betoninės sienelės taško T_x temperatūra, reikia apskaičiuoti šilumos srauto tankį q kiekvienai naujo storio sieniei. Kadangi yra žinomas betono šilumos laidumo koeficientas k ir kairiojo bei dešiniojo krašto taškų temperatūros T_1 ir T_2 , tuomet srauto tankis q ir taško T_x temperatūra skaičiuojami pagal (5) ir (7) formules.

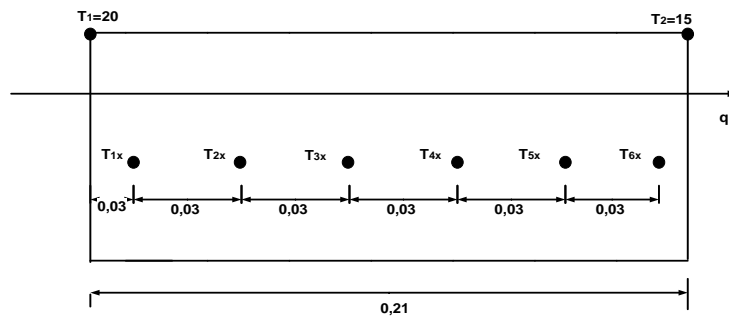
$q_1 = \frac{18(20-15)}{0,03} = 3000 \text{ [W/m}^2\text{]}$	$T_{x1} = 20 - \frac{q_1 \cdot 0,02}{18} = 16,66 \text{ [}^\circ\text{C]}$
$q_2 = \frac{18(20-15)}{0,05} = 1800 \text{ [W/m}^2\text{]}$	$T_{x2} = 20 - \frac{q_2 \cdot 0,02}{18} = 18 \text{ [}^\circ\text{C]}$
$q_3 = \frac{18(20-15)}{0,07} = 1285,71 \text{ [W/m}^2\text{]}$	$T_{x3} = 20 - \frac{q_3 \cdot 0,02}{18} = 18,57 \text{ [}^\circ\text{C]}$
$q_4 = \frac{18(20-15)}{0,09} = 1000 \text{ [W/m}^2\text{]}$	$T_{x4} = 20 - \frac{q_4 \cdot 0,02}{18} = 18,88 \text{ [}^\circ\text{C]}$
$q_5 = \frac{18(20-15)}{0,11} = 818,18 \text{ [W/m}^2\text{]}$	$T_{x5} = 20 - \frac{q_5 \cdot 0,02}{18} = 19,09 \text{ [}^\circ\text{C]}$
$q_6 = \frac{18(20-15)}{0,13} = 692,31 \text{ [W/m}^2\text{]}$	$T_{x6} = 20 - \frac{q_6 \cdot 0,02}{18} = 19,23 \text{ [}^\circ\text{C]}$
$q_7 = \frac{18(20-15)}{0,15} = 600 \text{ [W/m}^2\text{]}$	$T_{x7} = 20 - \frac{q_7 \cdot 0,02}{18} = 19,33 \text{ [}^\circ\text{C]}$
$q_8 = \frac{18(20-15)}{0,17} = 529,41 \text{ [W/m}^2\text{]}$	$T_{x8} = 20 - \frac{q_8 \cdot 0,02}{18} = 19,41 \text{ [}^\circ\text{C]}$
$q_9 = \frac{18(20-15)}{0,19} = 473,68 \text{ [W/m}^2\text{]}$	$T_{x9} = 20 - \frac{q_9 \cdot 0,02}{18} = 19,47 \text{ [}^\circ\text{C]}$
$q_{10} = \frac{18(20-15)}{0,21} = 428,57 \text{ [W/m}^2\text{]}$	$T_{x10} = 20 - \frac{q_{10} \cdot 0,02}{18} = 19,52 \text{ [}^\circ\text{C]}$

Taško temperatūros pokytį, keičiantis sienelės storiui δ , pavaizduojame grafike (5 pav).



5 pav.: Temperatūros priklausomybė nuo sienelės storio

Nustatome, kaip kita betoninės pastovaus storio $\delta = 0,21$ [m] sienelės taškų, kurie išsidėstę taip kaip padaryta brėžinyje Nr.6, temperatūros.



6 pav.: Taškų išsidėstymas

Apskaičiuojame sienelės šilumos srauto tankį q naudodami (5) formulę.

$$q = \frac{18(20-15)}{0,21} = 428,57 \text{ [W/m}^2\text{]}$$

Pagal (7) formulę apskaičiuojame taškų $T_{1x}, T_{2x}, T_{3x}, T_{4x}, T_{5x}, T_{6x}$, temperatūras, kai sienelės storis δ nekinta.

$$T_{1x} = 20 - \frac{q \cdot 0,03}{18} = 19,28 \text{ [}^{\circ}\text{C]}$$

$$T_{2x} = 20 - \frac{q \cdot 0,06}{18} = 18,57 \text{ [}^{\circ}\text{C]}$$

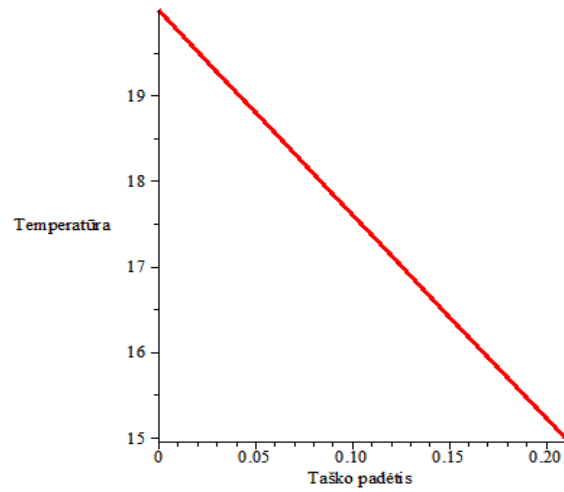
$$T_{3x} = 20 - \frac{q \cdot 0.09}{18} = 17,85 [^{\circ}C]$$

$$T_{4x} = 20 - \frac{q \cdot 0.12}{18} = 17,14 [^{\circ}C]$$

$$T_{5x} = 20 - \frac{q \cdot 0.15}{18} = 16,42 [^{\circ}C]$$

$$T_{6x} = 20 - \frac{q \cdot 0.18}{18} = 15,71 [^{\circ}C]$$

Taškų temperatūrų pokytį, nekintant sienelės storiui δ , pavaizduojame grafike (7 pav).



7 pav.: Taškų temperatūrų kitimas

6. Išvados

Išanalizavus betoninės sienelės taško T_x temperatūros kitimą, galima teigti, kad taško T_x temperatūra priklauso nuo sienelės storio δ . Atsižvelgiant į pateiktą grafiką (5 pav), taško T_x temperatūra kyla didėjant storiui δ .

Esant pastoviam betoninės sienelės storiui δ , skirtingų taškų, išsidėsčiusių sienelėje, temperatūros tiesiškai mažėja.

Analizei pasirinkta statybinė medžiaga - betonas. Tai viena populiariausių medžiagų naudojamų statybos srityje. Betono šiluminis laidumas yra svarbus išorinėms pastatų konstrukcijoms. Kuo betono sluoksnis konstrukcijoje yra didesnis, tuo šilumos nuostolis yra mažesnis.

Literatūros sąrašas:

1. Internetinis tinklalapis <http://lt.wikipedia.org>
2. Internetinis tinklalapis <http://www.sciencedirect.com>
3. S. Stupak. Difuzijos uždavinių modeliavimas. Paskaitų konspektas.
4. P. Vaitiekūnas, V. Špakauskas. šilumos ir masės pernešos procesų aplinkoje modeliavimo principai. Mokomoji knyga. Vilnius: Technika, 2003.