



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTINIŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINIO MODELIAVIMO KATEDRA

**MATEMATINIO MODELIAVIMO
LABORATORINIO DARBO ATASKAITA**

Atliko TMF 10/1 grupės studentas

Heorhii Stalbovskyi

Tikrino dr. doc. Mečislavas Meilūnas

Įvertinimas:

Vilnius, 2013

Turinys

1 Įvadas	4
2 Uždavinių formulavimas	4
2.1 Pirmasis uždavinys:	4
2.2 Antrasis uždavinys:	4
3 Programos tekstas ir rezultatai	5
3.1 Pirmoji užduotis	5
3.1.1 Įvedame santyki tarp likusiojo anglies kiekio kaukolėje ir anglies kiekio dabartiniame kaule, ir anglies skilimo pusamžį metais	5
3.1.2 Pagal radioaktyviosios medžiagos skilimo dėsnį užrašome diferencialinę lygtį	5
3.1.3 Išspręskime diferencialinę lygtį su pradine sąlyga, kad pradiniu laiko momentu anglies masė simboliškai buvo lygi M	5
3.1.4 Kadangi pusamžius - tai laikas, per kurį radioaktyviosios medžiagos kiekis sumažėja pusiau, iš to galime gauti parametą α	5
3.1.5 Jau žinome visus reikalingus parametrus, todėl užrašome lygtį anglies kiekiui skirtingais laiko momentais apskaičiuoti	5
3.1.6 Kadangi užduotyje pasakyta, jog likusio anglies kiekis yra šešis kartus mažesnis nei viso galimo, užrašome ir išsprendžiame lygtį laiko atžvilgiu, taip nustatysime, kiek metų kaukolei	5
3.2 Antroji užduotis	6
3.2.1 Įvedame kambario temperatūrą, temperatūrą mirties metu, temperatūrą pirmuoju laiko momentu ir tą laiką, ir temperatūrą anttroju laiko momentu ir tą laiką	6
3.2.2 Užrašome Niutono dėsnį diferencialine lygtimi	6
3.2.3 Išspręskime diferencialinę lygtį	6
3.2.4 Kadangi mes žinome kūno temperatūrą dviejuose laiko momentuose, galime sudaryti lygčių sistemą nežinomiems parametrų k ir C_1 rasti	6
3.2.5 Gavome lygtį, aprašančią kūno temperatūros kitimą nuo laiko	6
3.2.6 Dabar galime sužinoti laiką kada buvo padarytas nusikaltimas :)	7

4	Išvados	7
5	Literatūros sąrašas:	7

1 Įvadas

Šiame laboratoriniame darbe turime išmokti užrašyti uždavinių matematinį modelį pirmos eilės diferencialinių lygčių pagalba, išspręsti lygtis ir išanalizuoti rezultatus.

2 Uždavinių formulavimas

2.1 Pirmasis uždavinys:

Radioaktyviosios anglies kiekis, likęs senovinėje kaukolėje, yra šešis kartus mažesnis nei anglies kiekis dabartiniame kaule. Kiek metų kaukolei?

2.2 Antrasis uždavinys:

Prieš vidurdienį žmogžudystės aukos kūnas gulėjo kambaryje su pastovia temperatūra 70°K . Dvyliktą valandą kūno temperatūra buvo 80°K , o pirmą valandą vakaro sumažėjo iki 75°K . Tarkime, kad kūno temperatūra mirties metu buvo $98,6^{\circ}\text{K}$ ir jis vėsta pagal Niutono dėsnį. Koks yra mirties laikas?

3 Programos tekstas ir rezultatai

3.1 Pirmoji užduotis

3.1.1 Įvedame santyki tarp likusiojo anglies kiekio kaukolėje ir anglies kiekio dabartiniame kaule, ir anglies skilimo pusamžį metais

$$p := 1/6$$

$$T := 5730$$

3.1.2 Pagal radioaktyviosios medžiagos skilimo dėsnį užrašome diferencialinę lygtį

$$l := \frac{d}{dt}m(t) = -\alpha m(t)$$

3.1.3 Išspręskime diferencialinę lygtį su pradine sąlyga, kad pradiniu laiko momentu anglies masė simboliškai buvo lygi M

$$m := Me^{-\alpha t}$$

3.1.4 Kadangi pusamžius - tai laikas, per kurį radioaktyviosios medžiagos kiekis sumažėja pusiau, iš to galime gauti parametą α

$$\alpha := \frac{1}{5730} \ln(2)$$

3.1.5 Jau žinome visus reikalingus parametrus, todėl užrašome lygtį anglies kiekiui skirtingais laiko momentais apskaičiuoti

$$Me^{-\frac{1}{5730} \ln(2)t}$$

3.1.6 Kadangi užduotyje pasakyta, jog likusio anglies kiekis yra šešis kartus mažesnis nei viso galimo, užrašome ir išsprendžiame lygtį laiko atžvilgiu, taip nustatysime, kiek metų kaukolei

$$l := 1/6 M = Me^{-\frac{1}{5730} \ln(2)t}$$

$$t := 14811.83512$$

3.2 Antroji užduotis

3.2.1 Įvedame kambario temperatūrą, temperatūrą mirties metu, temperatūrą pirmuoju laiko momentu ir tą laiką, ir temperatūrą anttroju laiko momentu ir tą laiką

$$TS := 70$$

$$T0 := 98.6$$

$$T1 := 80$$

$$T2 := 75$$

$$t1 := 12$$

$$t2 := 13$$

3.2.2 Užrašome Niutono dėsnį diferencialine lygtimi

$$l := \frac{d}{dt}T(t) = -k(T(t) - 70)$$

3.2.3 Išspręskime diferencialinę lygtį

$$l := 70 + e^{-kt} _C1$$

3.2.4 Kadangi mes žinome kūno temperatūrą dviejuose laiko momentuose, galime sudaryti lygčių sistemą nežinomiems parametrų k ir $C1$ rasti

$$s1 := 70 + e^{-12k} _C1 = 80$$

$$s2 := 70 + e^{-13k} _C1 = 75$$

$$\{ _C1 = 40960.0, k = 0.6931471806 \}$$

3.2.5 Gavome lygtį, aprašančią kūno temperatūros kitimą nuo laiko

$$70 + 40960.0 e^{-0.6931471806 t}$$

3.2.6 Dabar galime sužinoti laiką kada buvo padarytas nusikaltimas :)

$$70 + 40960.0 e^{-0.6931471806 t} = 98.6$$

$$t := 10.48398485$$

4 Išvados

Išmokome modeliuoti radioaktyviosios medžiagos skilimo ir šilumos mainų uždavinius, ir juos spręsti. Iš gautų lygčių, aprašančių pirmame uždavinyje radioaktyviosios medžiagos kiekio priklausomybę nuo laiko ir antrajame temperatūros priklausomybę nuo laiko, matome, jog jos nėra visiškai teisingos fizikine prasme, nes, pavyzdžiui, kad kūnas atšiltų iki aplinkos temperatūros, laikas turi artėti prie begalybės. Nors ir yra tokių fizikinių nesutapimų, matematinis modeliavimas pakankamai tiksliai aprašo tokius nesudėtingus procesus. Kadangi nuo pat pradžių laikėmės vienos matavimų skalės, todėl ir atsakymai yra toje pačioje skalėje: pirmame uždavinyje - laikas skaičiuojamas metais, antrame - laikas skaičiuojamas valandomis ir temperatūra Farenheitais.

5 Literatūros sąrašas:

[1] WIKIPEDIA Click.

[2] TECNOMATEMATIKOS PUSLAPIS Click.